Wiederholungsaufgaben zur Algebra

1. Berechnen von Termen:

a) $18x - (17y - 16z) - (17z - 18y)$

b) $xy \cdot (-x^2) \cdot (-2y^2) \cdot \frac{1}{2}x^3 \cdot (-y)^3$

c) $\left(\frac{2}{3}ab^3\right) \cdot \left(-\frac{3}{4}bc^2\right) \cdot \left(-\frac{4}{5}ca^3\right)$

d) $27ax : \left(18ax \cdot \frac{x}{a}\right)$

e) $\dfrac{\frac{1}{2}x^3 \cdot (4{,}25y^4) \cdot x^2}{\frac{1}{6}y^2 \cdot (-x)^3 \cdot \left(-\frac{1}{3}x\right)}$

f) $(12{,}5 - 2x)(4y - x)$

g) $5a^2b : a + 28a^3b^2 : (-2a^2b) - 6ab - (-2a)3b$

h) $3y(6y - 4z) - 75y^3 - 3[(9z + 5y^2 - 7y)(-5y) - 4(-5yz + 7y^2)]$

i) $\frac{3}{4}s\left(\frac{1}{2}t + \frac{2}{6}r\right) - \frac{2}{5}t\left(\frac{3}{4}r - 1\frac{7}{8}s\right) + \frac{3}{2}r\left(\frac{4}{15}t - \frac{1}{3}s\right)$

j) $(a + 4)(a^2 - 3a + 1) - (a^2 + 6a - 1)(a - 2) - a(2 - 3a)$

k) $\left(\frac{1}{2}a - \frac{1}{4}b\right)\left(\frac{1}{3}b + \frac{1}{4}a\right) - \frac{1}{6}ab - \frac{1}{3}a^2 + \frac{1}{2}b^2$

l) $(a - b + c)^2$

m) $(2x - 3y)^3$

2. Löse folgende Gleichungen:

a) $6x - (4 - 3x) = 3x - 16$

b) $(2a - 1)(7 + a) - (a - 3)(a + 4) = (a - 5)(a + 2)$

c) $(c + 3)^2 = (2c - 5)^2 - 3c(c - 2)$

3. Verwandle so weit wie möglich in Produkte :

a) $36k^2 - 6k$

b) $(2x - y)(c + d) - (2x + y)(c + d)$

c) $72ab^2 - 36a^2b - 24ab$

d) $2a^2 - 2ab - 3ac^2 + 3bc^2$

Lösungen

1.a) $18x - z + y$

b) $-x^6y^6$

c) $\frac{2}{5}a^4b^4c^3$

d) $\dfrac{3a}{2x}$

e) $\frac{153}{4}xy^2$

f) $50y - 12{,}5x - 8xy + 2x^2$

g) $-9ab$

h) $-3y^2 + 63yz$

i) $1\frac{1}{8}st - \frac{1}{4}rs + \frac{1}{10}rt$

j) 2

k) $-\frac{1}{16}ab - \frac{5}{24}a^2 + \frac{5}{12}b^2$

l) $a^2 - 2ab + 2ac - 2bc + b^2 + c^2$

m) $8x^3 - 36x^2y + 54xy^2 - 27y^3$

2.a) $x = -2$

b) $a = -1$

c) $c = \frac{4}{5}$

3.a) $6k(6k - 1)$

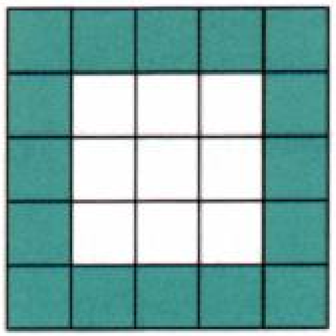
b) $(-2y)\cdot(c + d)$

c) $12ab(6b - 3a - 2)$

d) $\ldots = 2a(a - b) - 3c^2(a - b) = (a - b)(2a - 3c^2)$

4. Berechne die Werte des Terms $T(z) = 36 - (8 - 2z)^2$ für $z \in \{5, 3, 2{,}2, 2, 1, 0, -2, -7{,}5\}$. Gib dazu eine Wertetabelle an. Finde durch Überlegen heraus, für welche rationale Zahl z der Term T(z) seinen größten Wert annimmt und wie dieses Maximum lautet.

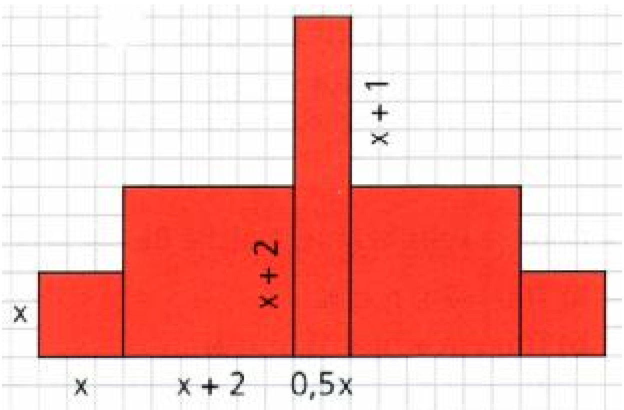
5. Ein Quadrat mit der Seitenlänge n cm ist in kleine Quadrate der Seitenlänge 1 cm unterteilt. Die kleinen Quadrate entlang des Randes dieses Quadrats sind farbig getönt.



a) Gib einen Term für die Anzahl der nicht getönten kleinen Quadrate an.

b) Finde einen Term, der den Prozentsatz der nicht getönten kleinen Quadrate angibt und berechne diesen Prozentsatz für n = 5, für n = 50 und n = 500 auf eine Dezimale gerundet.

6. Die dargestellte achsensymmetrische Figur ist aus Rechtecken zusammengesetzt. Gib einen Term für den Flächeninhalt A(x) und einen Term für die Umfangslänge u(x) an.



4.

z	-7,5	-2	0	1	2	2,2	3	5
T(z)	-493	-108	-28	0	20	23,04	32	32

T(4) = 36 ist der maximale Wert, da für z = 4 der Term in der Klammer den Wert 0 annimmt.

5.a) $T(n) = (n - 2)^2$

b) Prozentsatz = $\dfrac{(n-2)^2}{n^2}$

$T(5) = \frac{9}{25} = 36\%$

$T(50) = \left(\frac{48}{50}\right)^2 = \frac{2304}{2500} = 92{,}16\ \%$

$T(500) = \left(\frac{498}{500}\right)^2 = \frac{248004}{250000} = 99{,}2\ \%$

6. $A(x) = 2x^2 + 2(x + 2)^2 + 0{,}5x(x + 1 + x + 2) =$

$= 2x^2 + 2x^2 + 8x + 8 + x^2 + 1{,}5x = 5x^2 + 9{,}5x + 8$

$u(x) = 2(x + 1 + x + 2) + 2[2x + 2(x + 2) + 0{,}5x] =$

$= 4x + 6 + 2[4{,}5x + 4] =$

$= 4x + 6 + 9x + 8 =$

$= 13x + 14$

7. Ergänze die Notenstatistik der dritten Schulaufgabe der Klasse 7 x :

Note	1	2	3	4	5	6	Gesamt
Anzahl	3			5		0	
Prozent		25,0 %	37,5 %		12,5 %		

8. Die 27 Schüler der Klasse 7 y möchte die Notenverteilung der 4. Schulaufgabe wissen. Der Lehrer schreibt folgende Tabelle an die Tafel:

Note	1	2	3	4	5	6
Anzahl	5	6	4			0

Zu den fehlenden Zahlen gibt der Lehrer die Information: Der Notendurchschnitt lag bei genau 3,0 und die Note 4 kam doppelt so oft vor wie die Note 5.
Bei der nächsten Schulaufgabe gibt er die Informationen noch komplizierter an:
“Es gibt genau so viele Einser wie Fünfer. Die Noten 2 und 3 wurden insgesamt viermal so oft vergeben wie die Note 5. Außerdem kamen die Noten 4 und 6 zusammen dreimal so oft vor wie die Note 1.“
Ergänze die Tabelle für die 4. Schulaufgabe und finde die Notenverteilung der 5. Schulaufgabe.

9. Die Gebrauchtwagenfirma Schrott&Sohn verkauft zwei Autos für jeweils 9100 €. B ei dem einen haben sie dabei 30 % Gewinn und bei dem anderen Auto 30 % Verlust zu verbuchen. Finde heraus, wie viel Prozent Gewinn oder Verlust die Firma mit beiden Autos zusammen gemacht hat.

10. Jede der vier Seiten eines Rechtecks wird um 10 % verlängert. Um wie viel Prozent nimmt dadurch der Flächeninhalt zu?

7. 8 Schüler entsprechen 25 % $\Rightarrow$ Die Klasse hat 32 Schüler.

Note	1	2	3	4	5	6	Gesamt
Anzahl	3	8	12	5	4	0	32
Prozent	9,375%	25,0 %	37,5 %	15,625%	12,5 %	0 %	100 %

8.a) Anzahl Fünfer: x $\Rightarrow$ Anzahl Vierer 2x

$5\cdot1 + 6\cdot2 + 4\cdot3 + 2x\cdot4 + x\cdot5 = (5+6+4+2x+x)\cdot3{,}0$

$29 + 13x = (15 + 3x)\cdot3$

$29 + 13x = 45 + 9x$

$x = 4$

Es gab 4 Fünfer und 8 Vierer.

b) Anzahl Einser = Anzahl Fünfer = x
Anzahl Zweier und Dreier = 4x
Anzahl Vierer und Sechser = 3x
Insgesamt sind es 27 Schüler.

$x + x + 4x + 3x = 27$

$x = 3$

Es gibt 3 Einser und 3 Fünfer. Der Rest der Notenverteilung kann aus den Angaben nicht erschlossen werden.

9. 1. Auto

$70\ \% \mathrel{\hat{=}} 9100$ €

$100\ \% \mathrel{\hat{=}} 13000$ €
Verlust: 3900 €
Gesamtverlust: 1800 €
Gesamtwert: 20000 €
Der Gesamtverlust beträgt 9 %

2. Auto:

$130\ \% \mathrel{\hat{=}} 9100$ €

$100\ \% \mathrel{\hat{=}} 7000$ €
Gewinn: 2100 €

10. Länge l Breite b Fläche $A = l\cdot b$
neue Länge $l' = 1{,}1\cdot l$ neue Breite $b' = 1{,}1\cdot b$
neue Fläche: $A' = 1{,}1l\cdot1{,}1b = 1{,}21\cdot l\cdot b = 1{,}21\cdot A$
Die Fläche ist um 21 % größer.

11. Ein Mountainbike kostet mit 16 % Mehrwertsteuer 986 €. Wie viel kostet es ab 1.1.2007, wenn die Mehrwertsteuer auf 19 % erhöht wird?

12. Bei einer Umfrage in einer Großstadt ergab sich, dass dort von allen befragten Haushalten 96 % ein Fernsehgerät und 65 % einen DVD-Player besaßen; allerdings hatte auch 1 % der Haushalte keines der beiden Geräte. Wie viel Prozent der befragten Haushalte hatten dann beide Geräte bzw. mindestens eines der Geräte?

13. Ein Getränk enthält 30 % reinen Fruchtsaft und 70 % Wasser.

a) Wie viel Wasser muss man zu 5 l dieses Getränks dazugeben, damit man nur noch einen Fruchtsaftanteil von 10 % hat?

b) Wie viel reinen Saft müsste man nun dazugeben, damit man wieder einen Fruchtsaftanteil von 30 % hat?

14. Finde drei aufeinander folgende ganze Zahlen, deren Summe das Doppelte der nächstgrößeren ganzen Zahl ist.

15. Linda sagt zu ihrem Großvater: „In 6 Jahren sind wir zusammen 99 Jahre alt und du dreieinhalb mal so alt wie ich."

11. 116 % $\hat{=}$ 986 €

100 % $\hat{=}$ 850 €

119 % $\hat{=}$ 1011,50 €

Nach der Mehrwertsteuererhöhung kostet das Mountainbike 1011,50 €.

12. Lösung mit einer Vierfeldertafel:

	Fernseher	Kein Fernseher	
DVD-Player	62 %	3 %	65 %
Kein DVD_Pl.	34 %	1 %	35 %
	96 %	4 %	100 %

In 62 % der Haushalte sind beide Geräte vorhanden, in 99 % der Haushalte ist mindestens eines der Geräte vorhanden.

13. 30 % von 5 l sind 1,5 l. In 5 l sind 1,5 l reiner Fruchtsaft und 3,5 l reines Wasser.

a) 10 % $\hat{=}$ 1,5 l (Fruchtsaftanteil)

100 % $\hat{=}$ 15 l (Gesamtmenge)

Man muss 10 l Wasser dazugeben.

Nun sind es insgesamt 13,5 l Wasser.

b) 70 % $\hat{=}$ 13,5 l (reines Wasser)

100 % $\hat{=}$ 19,29 l (Gesamtmenge)

Man muss also etwa 4,29 l Saft dazugeben.

14. 1. Zahl: x 2. Zahl: $x + 1$ 3. Zahl: $x + 2$

$x + (x + 1) + (x + 2) = 2\cdot(x + 3)$

$x = 3$

Die Zahlen sind also 3, 4 und 5.

15. Lindas Alter in 6 Jahren: x

Großvaters Alter in 6 Jahren: $3,5x$

$x + 3,5x = 99$

$x = 22$

Linda ist jetzt 16, ihr Großvater 71.

16. Ein Rechteck ist doppelt so lang wie breit. Vergrößert man die beiden kürzeren Seiten um 3 cm, so wächst der Flächeninhalt um 15 cm^2. Wie lang und breit war das Rechteck?

17. Addiert man den dritten, den vierten, den sechsten und den achten Teil einer Zahl, so ist das Ergebnis um 3 kleiner als die Zahl selbst. Wie heißt die Zahl?

18. Ein Fabrikant möchte einen 10 %igen Fruchtsaft mit einem 40 %igen Fruchtsaft mischen, so dass 500 l 25 %iger Fruchtsaft entstehen. Wie viele Liter muss er von jeder Sorte verwenden?

19. Die Quersumme einer zweiziffrigen natürlichen Zahl hat den Wert 9. Subtrahiert man von dieser Zahl 45, so erhält man die Spiegelzahl. Wie heißt die Zahl?

16. altes Rechteck:
Breite: x
Länge: 2x
Fläche: $2x^2$

neues Rechteck:
Breite: x + 3
Länge: 2x
Fläche: 2x(x + 3)

$2x^2 + 15 = 2x(x + 3)$
x = 2,5
Das alte Rechteck ist 2,5 cm breit und 5 cm lang.

17. Die gesuchte Zahl ist x.
$\frac{1}{3}x + \frac{1}{4}x + \frac{1}{6}x + \frac{1}{8}x = x - 3$
$\frac{8}{24}x + \frac{6}{24}x + \frac{4}{24}x + \frac{3}{24}x = x - 3$
$\frac{21}{24}x = x - 3$
$\frac{1}{8}x = 3$
x = 24

18.

Art	Menge	reiner Saft
10%-iger Fruchtsaft	x	0,1x
40%-iger Fruchtsaft	500 - x	0,4(500 – x)
Mischung	500	0,25·500

0,1x + 0,4(500 – x) = 0,25·500
0,1x + 200 – 0,4x = 125
200 – 0,3x = 125
0,3x = 75
x = 250
Man muss 250 l 10%-igen Fruchtsaft und 250 l 40%-igen Fruchtsaft mischen.

19. erste Zahl
Einerziffer: x
Zehnerziffer: 9 – x
Wert der Zahl: 10·(9 – x) + x

Spiegelzahl:
Einerziffer: 9 – x
Zehnerziffer: x
Wert: 10·x + 9 – x

10·(9 – x) + x – 45 = 10·x + 9 – x
x = 2
Die Zahl ist 72, ihre Spiegelzahl ist 27.

20. Die Marathonläufer Fabian und Marco trainieren auf einer 36 km langen Strecke. Marco, der in der Stunde 12 km zurücklegt, startet eine halbe Stunde später als Fabian, der mit einer Geschwindigkeit von 10 $\frac{km}{h}$ läuft.

a) Wie groß ist der Abstand der beiden Läufer x Stunden nach Fabians Start?

b) Nach welcher Laufzeit wird Fabian von Marco überholt? Wie weit ist Fabian bis dahin gelaufen?

c) Wie viel später müsste Marco mindestens starten, damit er Fabian nicht mehr vor dem Ende der Trainingsstrecke einholt?

21. Herr und Frau Knapp eröffnen jeder für sich ein eigenes Bankkonto. Während Herr Knapp zu Beginn 360 € einzahlt und dann monatlich 50 € abhebt, macht Frau Knapp bereits bei Kontoeröffnung 1200 € Schulden und zahlt dann monatlich 80 € ein. (Zinsen werden nicht berücksichtigt.)

a) Wie groß ist die Differenz der Kontostände nach x Monaten?

b) Nach welcher Zeit sind die beiden Kontostände gleich? Wie hoch sind sie dann?

c) Nach welcher Zeit ist das Konto von Herrn Knapp bzw. das von Frau Knapp ausgeglichen?

22. Eine Konzerthalle hat drei Ausgänge unterschiedlicher Breite. Ist nur der erste Ausgang geöffnet, leert sich der vollbesetzte Saal in 8 Minuten. Ist nur der zweite Ausgang geöffnet, so dauert die Räumung 10 Minuten, beim dritten Ausgang allein sind es 12 Minuten. Wie lange dauert die Räumung des Saals, wenn alle drei Ausgänge geöffnet sind?

23. Wie weit kommt ein Radfahrer mit der Geschwindigkeit 18 $\frac{km}{h}$ in

a) 2 Stunden b) 15 Minuten

c) 1 Minute d) 1 Sekunde?

20. Fabian hat nach einer halben Stunde 5 km zurückgelegt. Jede Stunde verringert sich der Abstand um 2 km.

a) $A(x) = 5 - 2\cdot(x - 0{,}5)$ (Abstand in km)

b) Bedingung: $A(x) = 0$.
$5 - 2(x - 0{,}5) = 0$
$x = 3$
3 Stunden nach dem Start von Fabian wird er von Marco überholt.

c) Marco braucht für die Strecke 3 h, Fabian 3,6 h = 3 h 36 min. Also müsste Marco 36 Minuten nach Fabians Start loslaufen.

21. Kontostand von Herrn Knapp nach x Monaten: 360 – 50x
Kontostand von Frau Knapp nach x Monaten: - 1200 + 80x

a) Differenz: $D(x) = 360 - 50x - (-1200 + 80x) = 1560 - 130x$

b) Die Kontostände sind gleich hoch, wenn die Differenz $D(x) = 0$ ist.
$1560 - 130x = 0$
$x = 12$
Nach 12 Monaten sind die Kontostände gleich.
Kontostand von Herrn und Frau Knapp: - 240 €

c) Das Konto von Herrn Knapp ist nie genau auf 0, das von Frau Knapp nach 15 Monaten.

22. In einer Minute leert sich durch den 1. Ausgang $\frac{1}{8}$ des Saals, durch den 2. Ausgang $\frac{1}{10}$ und durch den 3. Ausgang $\frac{1}{12}$; durch alle drei Ausgänge leert sich also in einer Minute $\frac{1}{8}+\frac{1}{10}+\frac{1}{12}=\frac{15}{120}+\frac{12}{120}+\frac{10}{120}=\frac{37}{120}$ des Saals; also dauert es $\frac{120}{37}=3\frac{9}{37}$ Minuten.

23. Der Radfahrer schafft:

a) 36 km b) 4,5 km

c) 0,3 km d) 5 m

24. Bei einer Wanderung haben zwei Teilnehmer verschlafen. Die Gruppe ist schon seit 7 Uhr unterwegs. Sie beschließen, mit dem Fahrrad hinterherzufahren. Die Wanderer legen in der Stunde 4 km, die Radfahrer 16 km zurück. Wann müssten die Radfahrer aufbrechen, wenn sie die Gruppe um 10 Uhr treffen wollen?

25. Otto bricht um 8.00 Uhr zu Fuß ins 18 km entfernte Oberau auf. Um wie viel Uhr muss ihm Pia mit dem Rad entgegenfahren, damit sie ihn genau in der Mitte trifft? Sie ist mit 20 $\frac{\text{km}}{\text{h}}$ viermal so schnell wie Otto.

24. In 3 Stunden schaffen die Wanderer 12 km. Die Radfahrer benötigen dafür eine $\frac{3}{4}$ h, also 45 Minuten und müssen daher um 9:15 Uhr starten.

25. Geschwindigkeit von Otto: 5 $\frac{\text{km}}{\text{h}}$

Otto braucht für 9 km dann $\frac{9}{5}$ h = 1 h 48 min und ist um 9:48 Uhr in der Mitte der Strecke.

Pia braucht für 9 km $\frac{9}{20}$ h = 27 Minuten. Sie muss daher um 9:21 Uhr starten.